

© Д.А. ЧЕРЕНЦОВ¹, С.П. ПИРОГОВ², С.М. ДОРОФЕЕВ³, А.Ю. ЧУБА⁴

^{1,2} Тюменский государственный нефтегазовый университет

³ Тюменский государственный университет

⁴ Государственный аграрный университет Северного Зауралья
Cherentsovda@bk.ru

УДК 622.691.4

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ МАНОМЕТРИЧЕСКОЙ ТРУБЧАТОЙ ПРУЖИНЫ

ESTIMATION OF DAMPED OSCILLATION PARAMETERS OF MANOMETRIC TUBULAR SPRING

Представлены результаты численных и натурных экспериментов по определению параметров затухающих колебаний манометрических трубчатых пружин.

Колебательные движения, вызванные вибрацией устройств, на которые установлены приборы для измерения давления или неравномерный расход перекачиваемой среды (пульсация рабочей среды) затрудняют точную регистрацию давления. Одним из решений является помещение упругого элемента прибора — манометрической трубчатой пружины (МТП) в вязкую среду (жидкость).

Динамическая модель МТП представлена в виде тонкостенного изогнутого стержня, совершающего колебания в плоскости кривизны центральной оси. Уравнения колебаний МТП получены в соответствии с принципом Даламбера в проекциях на нормаль и на касательную.

Для решения полученных уравнений применяется метод Бубнова–Галеркина. На основе данного решения разработан комплекс программ «Манометр».

Проведено экспериментальное исследование достоверности полученных результатов.

The paper presents the results of numerical and field experiments undertaken to determine the parameters of damped oscillations of manometric tubular springs. Oscillatory motion caused by the vibration of equipment on which instruments for measuring pressure are installed, or uneven flow of pumped medium (pulsation of the working environment) make it difficult to accurately record the pressure. One of the solutions is placing an elastic element of a device — a manometric tubular spring (MTS) — in a liquid medium. The dynamic model of MTS is represented as a thin-walled curved bar oscillating in the plane of curvature of the central axis. Equations of MTS oscillations are obtained for normal and tangent projections in line with d'Alembert's principle. Bubnov–Galerkin method is used to solve the equations. On the basis of this solution, Manometer software system is designed. The results are verified by an experimental study.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Параметры затухания, манометрическая трубчатая пружина, математическая модель, метод Бубнова–Галеркина, натурный эксперимент.

KEY WORDS. Damping parameters, manometric tubular spring, mathematical model, Bubnov–Galerkin method, natural experiment.

Работа приборов для измерения давления в условиях пульсаций рабочей среды, больших амплитуд и внешних вибраций приводит к снижению точности и износу рабочих органов прибора, что является причиной их поломки и, как следствие, может привести к срыву производственного процесса. В целях предотвращения данных явлений следует предпринимать меры по повышению виброустойчивости приборов для измерения давления.

Решению данной проблемы посвящены работы [1; 2]. В них в качестве метода повышения виброустойчивости рассмотрен метод отстройки от резонансных частот. Суть метода заключается в изменении частоты свободных колебаний МТП путем изменения геометрических характеристик.

Другой метод повышения виброустойчивости — вибродемпфирование, является более экономичным и простым в исполнении. Данный метод заключается в увеличении процессов трения, рассеивающих колебательную энергию, осуществляется путем погружения МТП в жидкость.

В работах [1; 2] модель МТП, основанная на стержневой теории, показала хорошую сходимость расчетных и экспериментальных результатов, однако силы сопротивления движению не учитывались, поэтому для определения параметров затухания колебаний было решено использовать ту же модель, но с некоторыми дополнениями. МТП представлена как криволинейный стержень, на рис. 1 показан бесконечно малый элемент, вырезанный из этого стержня.

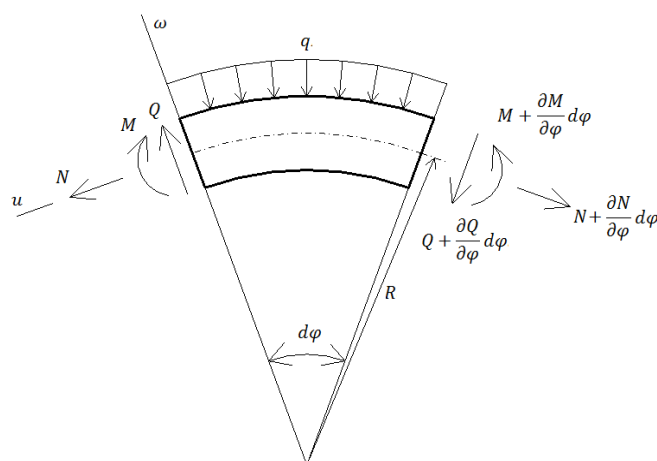


Рис. 1. Элемент стержня

Сила сопротивления движению в жидкости — распределенная нагрузка q . Будем считать, что сила сопротивления движению пружины направлена по нормали к оси стержня и пропорциональна ее нормальной скорости: $q = \beta \dot{w}$. Значение коэффициента β для манометрической пружины было получено в работе [3].

Система уравнений движения манометрической пружины с учетом силы сопротивления получена в [4] и имеет вид:

$$\begin{aligned}
 m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left\{ G \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} + \left\{ H \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right\} &= 0, \\
 m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ G \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ H \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right\} &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где $G = \frac{EJ(\varphi)K_k(\varphi)}{(1-\mu^2)R^4}$, $H = \frac{ES(\varphi)}{(1-\mu^2)R^2}$; $m_0 = \rho S(\varphi)$; w — поперечное перемещение; u — продольное перемещение.

Главные граничные условия при $\varphi=0$: $u(0) = 0$; $w(0) = 0$; $\frac{\partial w}{\partial \varphi}(0) = 0$. Естественные граничные условия при $(\varphi = \gamma)$: $M(\gamma) = 0$; $N(\gamma) = 0$; $Q(\gamma) = 0$, или в перемещениях:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \varphi}(\gamma) - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}(\gamma) \right) = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi}(\gamma) + w(\gamma) \right) = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}(\gamma) - \frac{\partial^3 w}{\partial \varphi^3}(\gamma) \right) = 0.$$

Систему (1) решаем методом Бубнова-Галеркина. Искомые перемещения представим в виде:

$$u = \psi_1(\varphi)a_1(t) + \psi_2(\varphi)a_2(t) + \dots + \psi_n(\varphi)a_n(t) = \sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi)a_n(t), \tag{2}$$

$$w = \zeta_1(\varphi)b_1(t) + \zeta_2(\varphi)b_2(t) + \dots + \zeta_n(\varphi)b_n(t) = \sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi)b_n(t), \tag{3}$$

где $a_1, a_2 \dots a_n, b_1, b_2 \dots b_n$ — неизвестные функции переменной t ;
 $\psi_1, \psi_2 \dots \psi_n, \zeta_1, \zeta_2 \dots \zeta_n$ — заданные базисные функции переменной φ .

Подставляем u и w в уравнения движения. Так как перемещения (2) и (3) не являются точным решением уравнений движения, то в правой части вместо нуля получим невязки R_1 и R_2 :

$$\begin{aligned}
 m_0 \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi)\ddot{b}_n(t) \right) + \beta \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi)\dot{b}_n(t) \right) - \\
 - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left\{ G \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi)a_n(t) \right) - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi)b_n(t) \right) \right) \right\} + \\
 + \left\{ H \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi)a_n(t) \right) + \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi)b_n(t) \right) \right) \right\} = R_1, \\
 m_0 \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi)\ddot{a}_n(t) \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ G \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi)a_n(t) \right) - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi)b_n(t) \right) \right) \right\} + \\
 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ H \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi)a_n(t) \right) + \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi)b_n(t) \right) \right) \right\} = R_2.
 \end{aligned}$$

В соответствии с методом Бубнова-Галеркина [5] потребуем выполнение условий ортогональности невязок R_1 и R_2 базисным функциям ζ_j и ψ_i . Условия ортогональности запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & m_0 \int_0^\gamma \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi) \ddot{b}_n(t) \right) \zeta_j d\varphi + \beta \int_0^\gamma \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi) \dot{b}_n(t) \right) \zeta_j d\varphi - \\
 & - G \int_0^\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi) a_n(t) \right) - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi) b_n(t) \right) \right) \right] \zeta_j d\varphi + \\
 & + H \int_0^\gamma \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi) a_n(t) \right) + \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi) b_n(t) \right) \right) \zeta_j d\varphi = 0, \\
 & m_0 \int_0^\gamma \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi) \ddot{a}_n(t) \right) \psi_i d\varphi + \\
 & + G \int_0^\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi) a_n(t) \right) - \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi) b_n(t) \right) \right) \psi_i d\varphi + \\
 & + H \int_0^\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sum_{i=1}^n \psi_n(\varphi) a_n(t) \right) + \left(\sum_{i=1}^n \zeta_n(\varphi) b_n(t) \right) \right) \psi_i d\varphi = 0.
 \end{aligned}$$

Проинтегрируем данную систему по частям, при этом часть слагаемых в силу естественных граничных условий будет равна нулю, а также понизится порядок производных. В результате получим:

$$\begin{aligned}
 & m_0 \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \zeta_n(\varphi) \cdot \zeta_j d\varphi \right) \ddot{b}_n(t) + \beta \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \zeta_n(\varphi) \cdot \zeta_j d\varphi \right) \dot{b}_n(t) + \\
 & + \left(G \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n(\varphi)}{\partial \varphi^2} \cdot \frac{\partial^2 \zeta_j}{\partial \varphi^2} d\varphi \right) + H \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \zeta_n(\varphi) \cdot \zeta_j d\varphi \right) \right) b_n(t) + \\
 & + \left(H \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n(\varphi)}{\partial \varphi} \cdot \zeta_j d\varphi \right) - G \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n(\varphi)}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial^2 \zeta_j}{\partial \varphi^2} d\varphi \right) \right) a_n(t) = 0, \\
 & m_0 \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \psi_n(\varphi) \cdot \psi_i d\varphi \right) \ddot{a}_n(t) - \\
 & - \left(G \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n(\varphi)}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} d\varphi \right) + H \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n(\varphi)}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} d\varphi \right) \right) a_n(t) + \\
 & + \left(G \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n(\varphi)}{\partial \varphi^2} \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} d\varphi \right) - H \sum_{i=1}^n \left(\int_0^\gamma \zeta_n(\varphi) \frac{\partial \psi_i}{\partial \varphi} d\varphi \right) \right) b_n(t) = 0.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Уравнения (4) являются системой $2n$ обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами второго порядка относительно неизвестных функций $a_1(t), \dots, a_n(t), b_1(t), \dots, b_n(t)$.

Базисные функции, удовлетворяющие главным граничным условиям:

$$\begin{aligned}\psi_i(\varphi) &= \varphi^i; & i &= 1, \dots, n. \\ \zeta_j(\varphi) &= \varphi^{j+1}; & j &= 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Частное решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами имеет вид [6]:

$$a_n(t) = c_n \cdot e^{rt}, \quad b_n(t) = f_n e^{rt}, \quad (5)$$

где c_n, f_n и r — неизвестные постоянные.

Подставим (5) в систему (4), получим однородную систему линейных алгебраических уравнений для определения c_n и f_n . Условием существования нетривиального решения является равенство нулю главного определителя системы [7]. Из этого условия находим r . Запишем определитель в виде:

$$\begin{vmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & \dots & C_{1,n} & F_{1,1} & F_{1,2} & \dots & F_{1,n} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & \dots & C_{2,n} & F_{2,1} & F_{2,2} & \dots & F_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{2n,1} & C_{2n,2} & \dots & C_{2n,n} & F_{2n,1} & F_{2n,2} & \dots & F_{2n,n} \end{vmatrix} = 0,$$

где:

$$C_{1,1} = r^2 m_0 \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi + r\beta \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi + G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi + H \int_0^\gamma \zeta_1 \zeta_1 d\varphi$$

$$C_{1,n} = r^2 m_0 \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_1 d\varphi + r\beta \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_1 d\varphi + G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi + H \int_0^\gamma \zeta_n \zeta_1 d\varphi$$

$$F_{1,1} = H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \zeta_1 d\varphi - G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi$$

$$F_{1,n} = H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \zeta_1 d\varphi - G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial \varphi^2} d\varphi$$

$$C_{2n,n} = G \int_0^\gamma \frac{\partial^2 \zeta_n}{\partial \varphi^2} \frac{\partial \psi_{2n}}{\partial \varphi} d\varphi - H \int_0^\gamma \zeta_n \frac{\partial \psi_{2n}}{\partial \varphi} d\varphi$$

$$F_{2n,n} = r^2 m_0 \int_0^\gamma \psi_n \psi_{2n} d\varphi - G \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_{2n}}{\partial \varphi} d\varphi - H \int_0^\gamma \frac{\partial \psi_n}{\partial \varphi} \frac{\partial \psi_{2n}}{\partial \varphi} d\varphi$$

Порядок определителя равен $2n$. Элементы определителя содержат r^2 , значит, определитель эквивалентен алгебраическому уравнению степени $4n$, поэтому уравнение $\det(A) = 0$ должно иметь $4n$ корней. По физическому смыслу задачи корни должны быть комплексными. Действительная часть корня — коэффициент затухания, мнимая часть — частота колебаний. Для решения уравнения применяется метод секущих.

На рис. 2 и 3 показана зависимость параметров затухания колебаний в зависимости от числа удерживаемых функций в аппроксимации перемещений (1) и (2) на трех различных образцах.

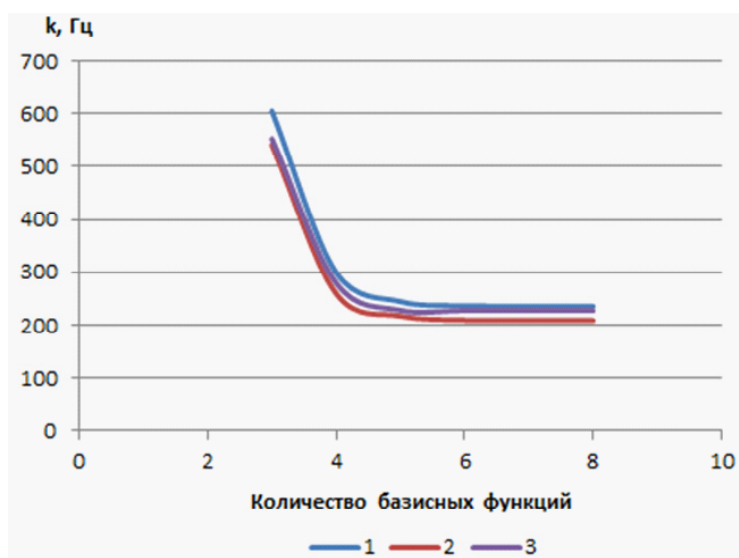


Рис. 2. Оценка сходимости частоты затухающих колебаний

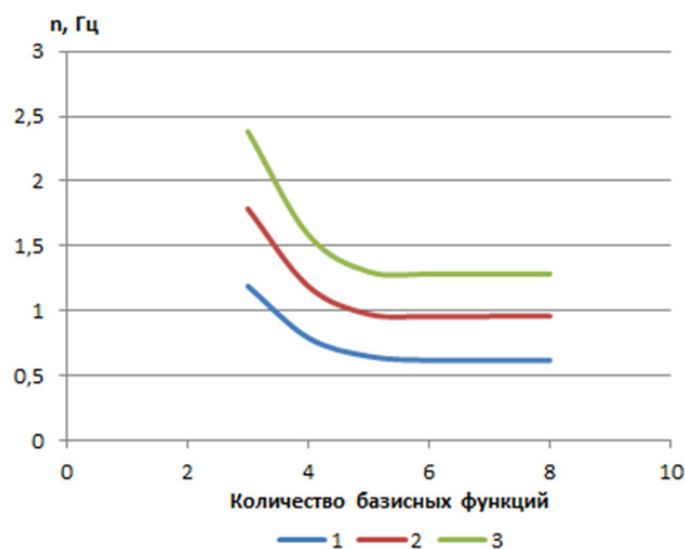


Рис. 3. Оценка сходимости коэффициента затухания

Результаты численного эксперимента показывают, что с увеличением количества базисных функций, значения параметров затухания колебаний стремятся к некоторому пределу. Для получения удовлетворительных результатов в аппроксимации перемещений достаточно удерживать по пять функций.

Для решения поставленной задачи был разработан пакет прикладных программ «Манометр», оснащенный интерфейсом пользователя, что позволяет достаточно просто осуществить ввод данных для расчета, контроль геометрических параметров пружины и визуализацию результатов расчета. Пакет программ написан на языке высокого уровня системы компьютерной математики «MATLAB» [8].

На рис. 4 показано окно с результатами определения параметров затухающих колебаний и построенными графиками поперечного сечения и частот затухающих колебаний пружины.

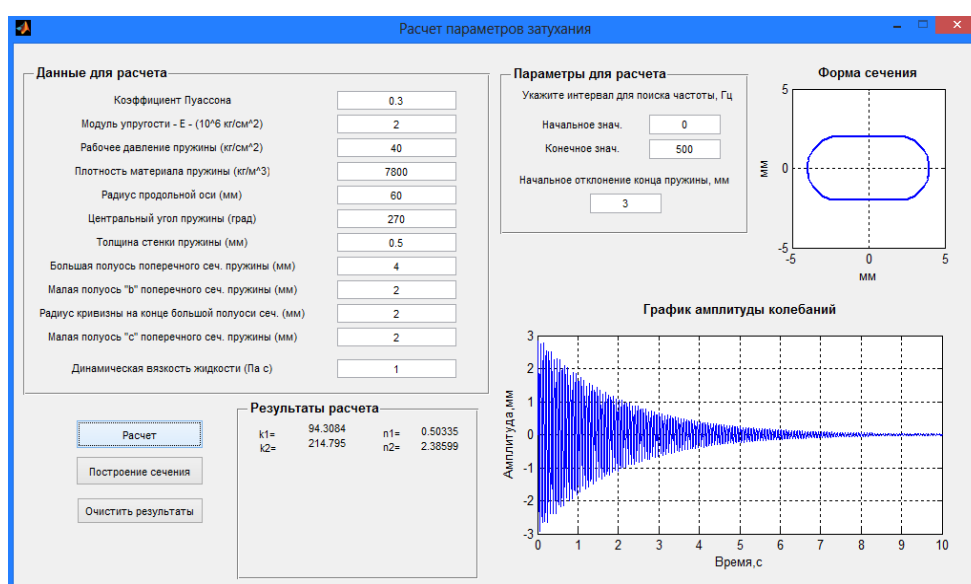


Рис. 4. Окно ввода данных и результатов расчета параметров затухания манометрических трубчатых пружин

Разработанный программный комплекс позволяет получить параметры затухающих колебаний манометрических пружин в манометрах с жидким наполнителем.

Для оценки достоверности полученных результатов проводилось экспериментальное исследование параметров затухания на стальных и латунных пружинах с постоянным эллиптическим сечением, изготовленных на Томском манометрическом заводе ОАО «Манотомь». В качестве демпфирующих материалов были выбраны дистиллированная вода и глицерин. Кинематическая вязкость определялась согласно [9], с помощью капиллярного вискозиметра типа ВПЖ-2. Плотность определялась согласно [10] ареометрами.

Результаты расчетных и экспериментальных значений при демпфировании глицерином приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

**Значение параметров затухания стальных образцов
при демпфировании глицерином**

Р, кг/см ²	1	2,5	4	6	10	16	25	40	60	100
Частоты, Гц										
Расчет	91,6	145,1	164,5	178,2	206,5	187,2	242,8	283,9	286,3	312,5
Эксперимент (Au014)	85	132	150	168	190	178	230	265	268	290
Отклонение, %	7,2	9,0	8,8	5,7	8,0	4,9	5,3	6,7	6,4	7,2
Эксперимент (SV-10)	90	143	162	175	203	185	237	277	281	304
Отклонение, %	2,2	1,4	1,4	1,6	1,6	1,3	2,3	2,6	1,8	2,8
Коэффициент затухания, Гц										
Расчет	0,53	0,34	0,35	0,26	0,37	0,49	0,24	0,21	0,19	0,16
Эксперимент (Au014)	0,46	0,30	0,30	0,23	0,32	0,43	0,21	0,18	0,16	0,14
Отклонение, %	12,7	11,5	13,8	12,3	14,1	11,7	13,5	14,9	14,4	11,9
Эксперимент (SV-10)	0,49	0,32	0,34	0,24	0,35	0,46	0,23	0,20	0,18	0,15
Отклонение, %	6,8	6,9	4,2	7,7	5,2	5,8	4,9	5,7	6,1	5,5

Таблица 2

**Значение параметров затухания латунных образцов
при демпфировании глицерином**

Р, кг/см ²	0,6	1	1,6	4	6	10	25	40
Частоты, Гц								
Расчет	100,9	143,9	179,0	208,9	212,9	234,3	271,6	293,4
Эксперимент (Au014)	93	130	164	197	200	218	248	269
Отклонение, %	8,3	9,5	8,2	5,6	6,1	7,1	8,7	8,2
Эксперимент (SV-10)	99	141	175	206	208	229	269	290
Отклонение, %	2,2	1,9	2,1	1,2	2,3	2,3	1,1	1,2
Коэффициент затухания, Гц								
Расчет	0,53	0,53	0,43	0,28	0,22	0,30	0,35	0,19
Эксперимент (Au014)	0,46	0,47	0,37	0,24	0,19	0,26	0,30	0,16
Отклонение, %	13,1	10,5	14,2	14,9	14,1	12,2	13,1	13,2
Эксперимент (SV-10)	0,51	0,50	0,41	0,26	0,20	0,28	0,33	0,18
Отклонение, %	4,4	4,6	4,2	7,6	7,8	5,3	6,7	7,5

Сравнение теоретических и экспериментальных значений показало, что отклонения частот не превышали погрешностей приборов 10% — для анализато-

ра вибрации Au014 и 3% — для вискозиметра SV-10. Отклонения значений коэффициента затухания чуть больше для анализатора вибрации Au014 — не более 15% и для вискозиметра SV-10 — не более 8%. Это подтверждает хорошую точность расчетов.

Таким образом, в настоящей работе впервые были учтены силы сопротивления жидкости, в которых помещаются трубчатые пружины в вибростойких манометрах, что позволяет получить уравнения движения затухающих колебаний. Разработанный метод расчета и созданный пакет прикладных программ дает возможность определения параметров затухающих колебаний и других технических характеристик манометрических трубчатых пружин. С их помощью можно подбирать геометрические параметры сечения и демпфирующую жидкость под конкретные условия, создавая тем самым более эффективные конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пирогов С.П. Манометрические трубчатые пружины. СПб.: Недра, 2009. 276 с.
2. Чуба А.Ю. Расчет собственных частот колебаний манометрических трубчатых пружин: дис. ... канд. техн. наук. Тюмень, 2007. 137 с.
3. Черенцов Д.А. Определение обобщенных сил сопротивления в уравнениях Лагранжа второго рода, описывающих колебания манометрической пружины при наличии сил вязкого трения // Естественные и технические науки. 2014. № 4(72). С. 12-15.
- Черенцов Д.А., Пирогов С.П., Дорофеев С.М. Математическая модель манометрической пружины в вязкой среде // Вестник Тюменского государственного университета. 2014. № 7. С. 234.
4. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. М.: Мир, 1988. 352 с.
5. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 480 с.
6. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. 11-е изд. М., 1975.
7. Иглин С. П. Математические расчеты на базе Matlab. СПб.: БХВ-Санкт-Петербург, 2005. 640 с.
8. ГОСТ 33-66. Нефтепродукты. Методы определения кинематической вязкости.
9. ГОСТ 3900-85. Нефть и нефтепродукты. Методы определения плотности.

REFERENCES

1. Pirogov, S.P. Manometric tubular springs. St. Petersburg, 2009. 276 p. (in Russian).
2. Chuba, A.Yu. Calculation of natural oscillation frequencies of manometric tubular springs. Ph.D. thesis in thech. sci. Tyumen, 2007. 137 p. (in Russian).
3. Cherentsov, D.A. Definition of generalized resistance forces in the Lagrange equations of the second kind, describing fluctuations of manometric spring in the presence of viscous friction forces // Natural and Technical Sciences. 2014. № 4(72). Pp. 12-15. (in Russian).
4. Cherentsov, D.A., Pirogov, S.P., Dorofeev S.M. Mathematical model of manometric spring in a viscous medium // Tyumen State University Herald. 2014. № 7. Pp. 234. (in Russian).
5. Fletcher, K. Computational Galerkin methods. Moscow, 1988. 352 p. (in Russian).
6. Biderman, V.L. Theory of mechanical vibrations. Moscow, 1980. 480 p. (in Russian).
7. Kurosh, A.G. A Course of Higher Algebra. Moscow, 1975. 432 p. (in Russian).
8. Iglin, S.P. Mathematical calculations based on Matlab. St. Petersburg, 2005. 640 p. (in Russian).

9. Russian Standard 33-66. Petroleum products. Determination of kinematic viscosity and calculation of dynamic viscosity. (in Russian).

10. Russian Standard 3900-85. Petroleum and petroleum products. Methods for determination of density. (in Russian).

Авторы публикации

Черенцов Дмитрий Андреевич — ассистент кафедры транспорта углеводородных ресурсов Тюменского государственного нефтегазового университета, аспирант

Пирогов Сергей Петрович — профессор кафедры прикладной механики Тюменского государственного нефтегазового университета, доктор технических наук

Дорофеев Сергей Михайлович — доцент кафедры математики и информатики Института математики и компьютерных наук Тюменского государственного университета, кандидат физико-математических наук

Чуба Александр Юрьевич — доцент кафедры механизации переработки сельскохозяйственной продукции Государственного аграрного университета Северного Зауралья, кандидат технических наук

Authors of the publication

Dmitry A. Cherentsov — Postgraduate, Assistant, Department of Hydrocarbons Transportation, Tyumen State Oil and Gas University

Sergey P. Pirogov — Dr. Tech. Sci., Professor, Department of Applied Mechanics, Tyumen State Oil and Gas University

Sergey M. Dorofeev — Cand. Phys. and Math. Sci., Associate Professor, Department of Mathematics and Computer Science, Tyumen State University

Alexander Yu. Chuba — Cand. Tech. Sci., Associate Professor, Department of Agricultural Mechanization and Processing, State Agrarian University of Northern Trans-Urals